**Задание: Лекция на повторение пройдённого материала, кто не был на уроке сделать конспект, выложить его в беседу.**

**Бином Ньютона**- название формулы, выра­жающей степень двучлена в виде суммы одночленов.

Формулу для квадрата двучлена

***(а + b)2 = = а2 + 2ab + b2***

знали, еще ма­тематики Древнего Вавилона, а древнегрече­ские математики знали ее геометрическое ис­толкование*.*

Если умножить обе части этой формулы на ***(а + b)***и раскрыть скобки, то получим:

***(а + b)3 = (а2 + 2ab + b2)(а + b) = а3 + a2b + 2a2b + 2ab2 + ab2 + b3,***

т. е. ***(а + b)3 = a3 + 3a2b + 3ab2 + b3.***

Аналогичный шаг может привести к следующей формуле:

***(а + b)4 = а4 + 4а3b + 6 a2b2 + 4ab3 + b4 .***

Легко заметить закон образования коэффи­циентов: коэффициент 4 при *a3b*есть сумма коэффициентов 3 и 1 при *a2b*и *а3.*Аналогич­но, коэффициент 6 при *a2b2*является суммой (3 + 3) коэффициентов при *ab2*и *a2b.*По то­му же закону получаем и коэффициент 4 при *ab3.*

Таким образом, коэффициент С*k*n при *аn-k bk*в разложении *(а + b)n*равен сумме коэффи­циентов *Ck-1n-1*и *Ckn-1*при *аn-k bk-1*и при *аn-k-1 bk*разложении

*(а + b)n-1,*а коэффи­циенты при *аn*и при *bn* равны единице.

Отсюда следует, что коэффициенты С*k*n в равенстве:

***(а + b)n = аn + С1n аn-1b + ... + Сkn аn-kbk + ... + bn***(1)

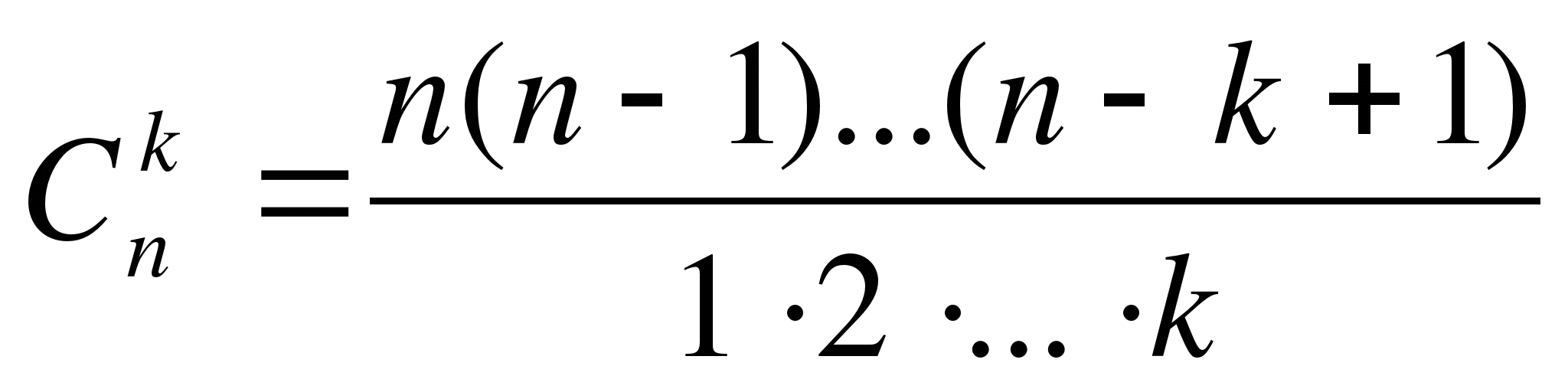
являются членами (n+1)-й строки треуголь­ника Паскаля*.*

Это утверждение было известно задолго до Па­скаля - его знал живший в XI-XII вв. средне­азиатский математик и поэт Омар Хайям (к сожалению, его сочинение об этом до нас не дошло).

**Биномиальные коэффициенты.**

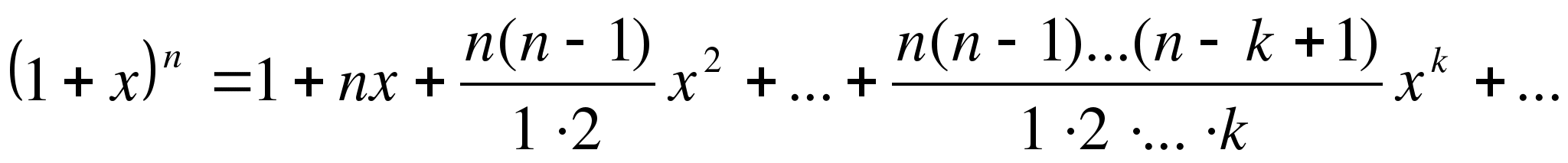
Первое дошедшее до нас описание формулы бинома Ньютона содержится в по­явившейся в 1265 г. книге среднеазиатского математика ат-Туси, где дана таблица чисел С*k*n (***биномиальных коэффициентов***) до *п =*12 включительно.

Европейские ученые познакомились с фор­мулой бинома Ньютона, по-видимому, через восточных математиков. Детальное изучение свойств биномиальных коэффициентов про­вел французский математик и философ Блез Па­скаль в 1654 г. Еще до этого было известно, что числа

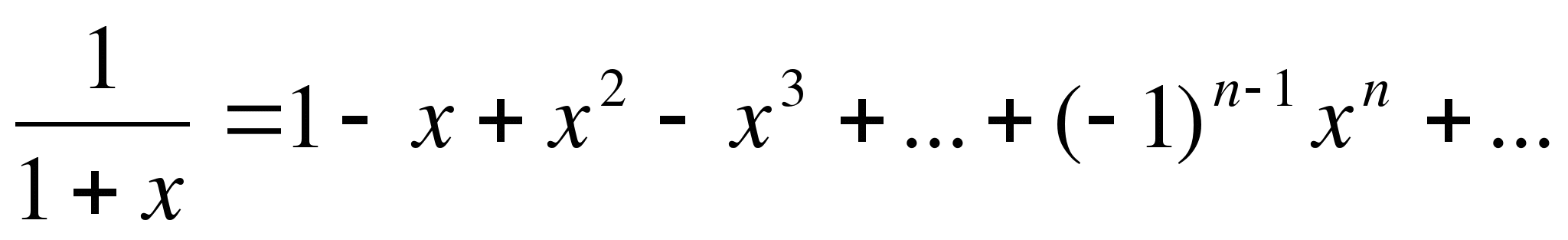


являются в то же время числами «сочетаний без повторений» из n элементов по *k.*

В 1664-1665 гг. И. Ньютон установил, что формула (1) обобщается на случай про­извольных (дробных и отрицательных) пока­зателей, но при этом получается сумма из бе­сконечного множества слагаемых. Именно он показал, что при | *х*| < 1

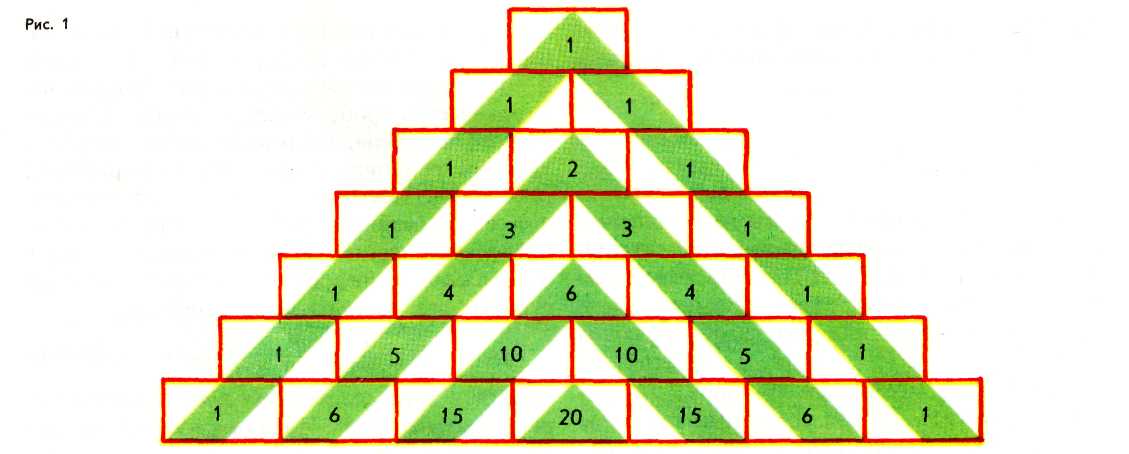
(2)

При *п*= — 1 формула (2) превращается в из­вестную формулу для суммы бесконечной *гео­метрической прогрессии:*



**Треугольник Паскаля.**

На рис. 1 изображено несколько первых строк числового треугольника, образованного по следующему правилу: ***по краям каждой строки стоят единицы, а каждое из остальных чисел равно сумме двух стоящих над ним чи­сел предыдущей строки.***

По этому правилу легко выписывать одну за другой новые стро­ки этого треугольника. Именно в такой фор­ме он приведен в «Трактате об арифметиче­ском треугольнике» французского математика Б. Паскаля (1623-1662), опубликованном в 1665 г., уже после смерти автора.

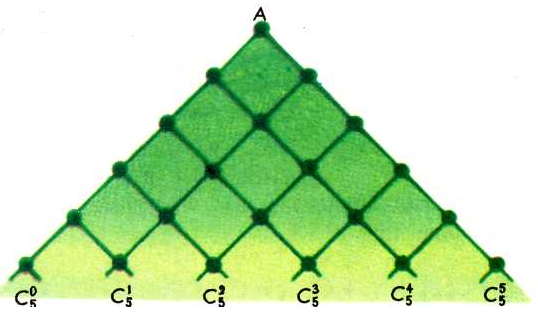
Популярность чисел, составляющих треу­гольник Паскаля, не удивительна: они возни­кают в самых естественных задачах алгебры, комбинаторики, теории вероятностей, матема­тического анализа, теории чисел.

*Сколько различных k-элементных множеств (сочетаний) можно образовать из данных п элементов?*

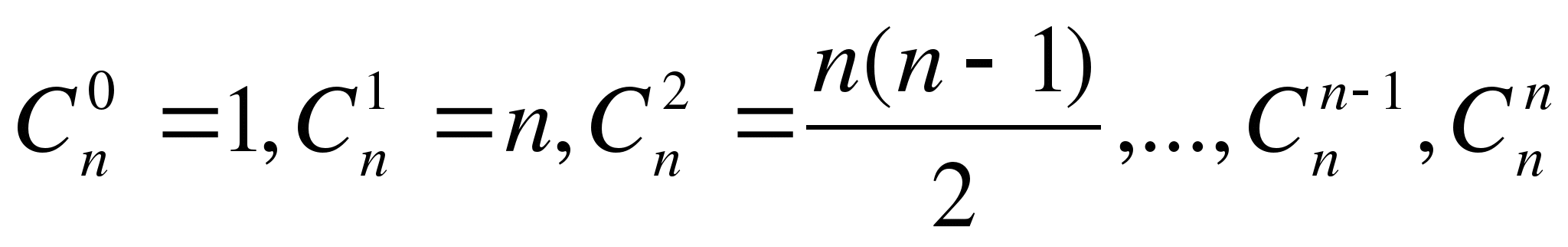
*Каковы коэффициенты многочлена (1 +х)n?*

*Сколько существует строчек из п единиц и нулей, в которых ровно k единиц?*

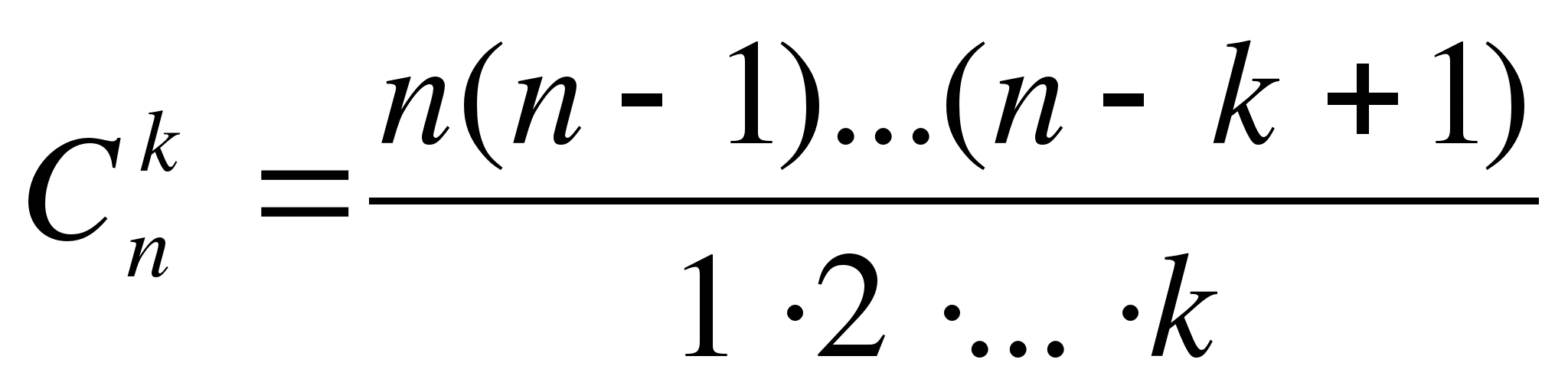
*Сколькими разными путями можно спу­ститься из верхней точки А на рис 2. в k-й перекресток n-го ряда?*

Рис 2

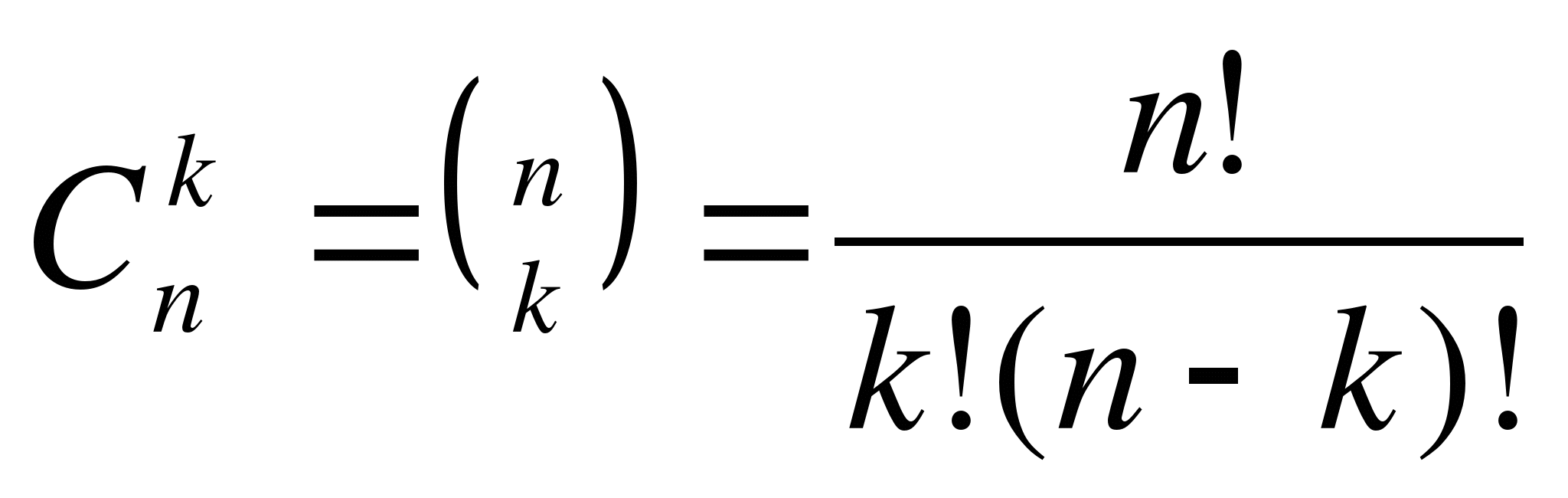
На все эти вопросы ответ дают числа С*k*n*,*треугольника Паскаля. Обозначение С*k*nпред­полагает, что верхняя строка треугольника Паскаля состоит из одного числа С*0*0*=*1, сле­дующая (первая)-из двух чисел С*0*1 = С*1*1=1, и вообще *п-я*строка состоит из *п+1*чисел:

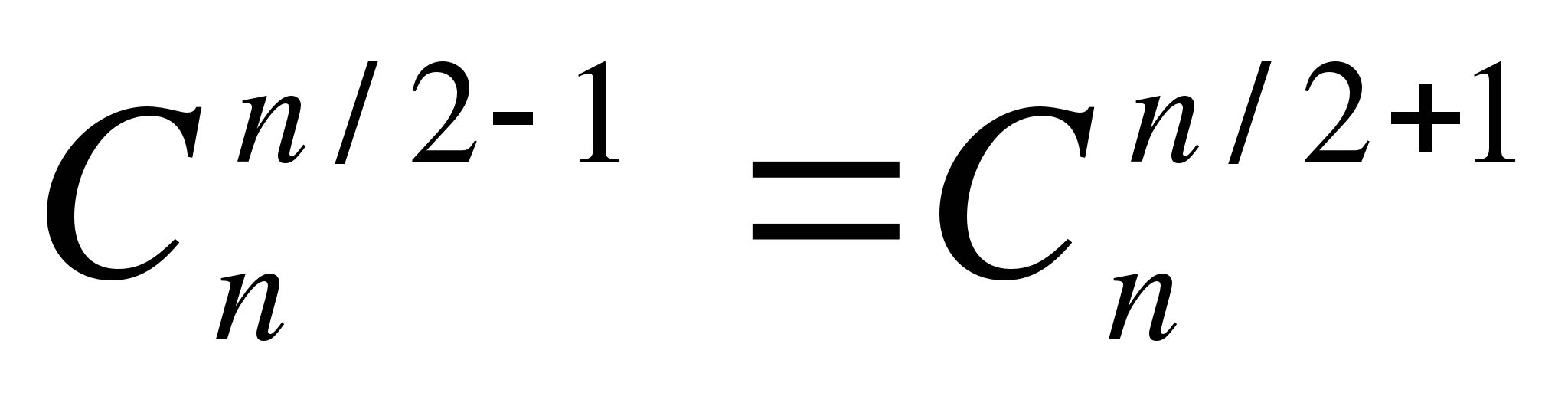


*Числа Сkn называют обычно числами соче­таний из п элементов по k, или****биноми­альными коэффициентами*** в некоторых книгах для них используют обозначение . Оно удобно для запоминания простой формулы, позволяющей по заданным номерам n и k сразу вычислить, какое число стоит на *к-м*месте в n-й строке тре­угольника Паскаля:



Используя обозначение факториала *т*! = = 1 • 2 •... • m, эту формулу можно

записать еще короче: **

В «равнобедренной» форме треугольника Паскаля на рис. 1 очевидно **свойство симмет­рии** каждой строки С*k*n= С*n-k*n ; при этом посе­редине строки стоит самое большое число  (если *п*четно) или два самых больших числа  (если *п*нечетно), а к краям числа монотонно убывают.

Если записать тот же треугольник в «пря­моугольной» форме (рис.3), то целый ряд свойств треугольника Паскаля, связанный с суммами его чисел, будет удобнее наблю­дать. В частности, сумма нескольких первых чисел каждого столбца равна идущему за ни­ми числу следующего столбца:

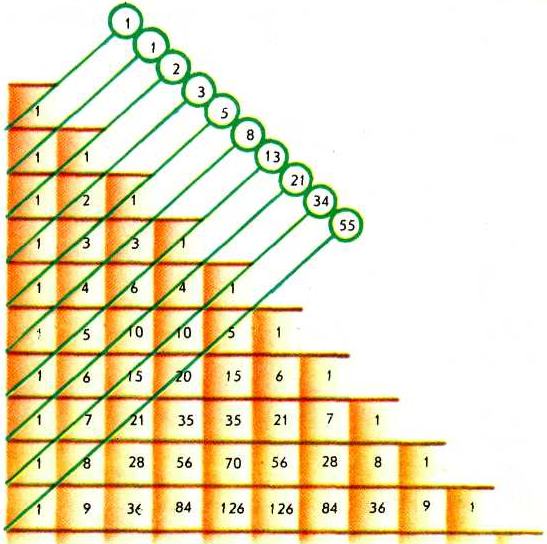
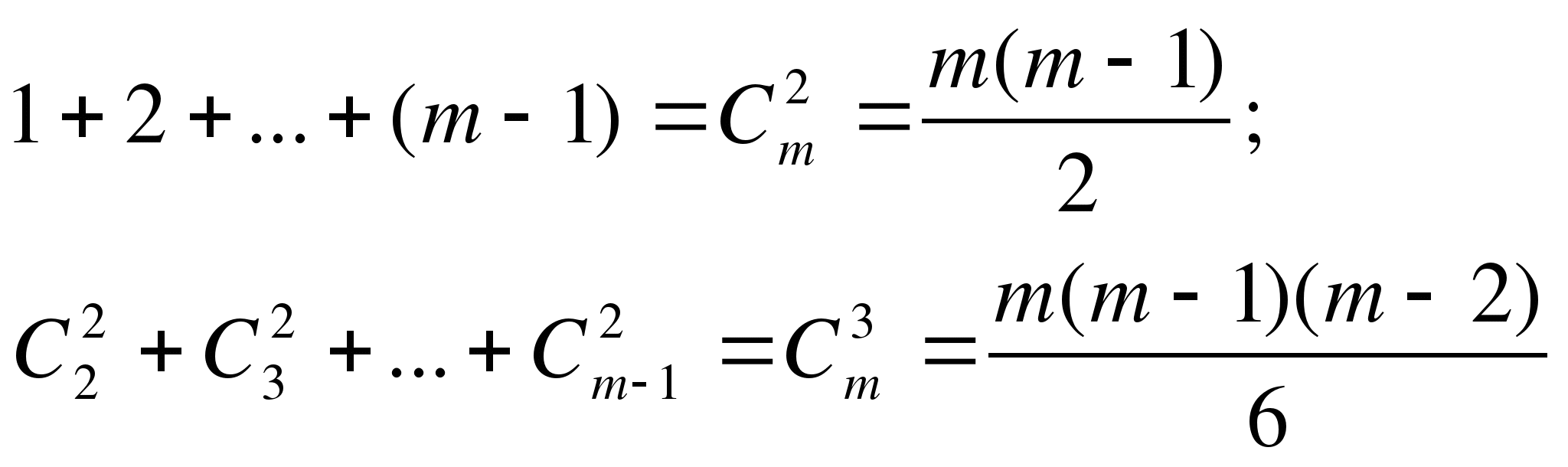
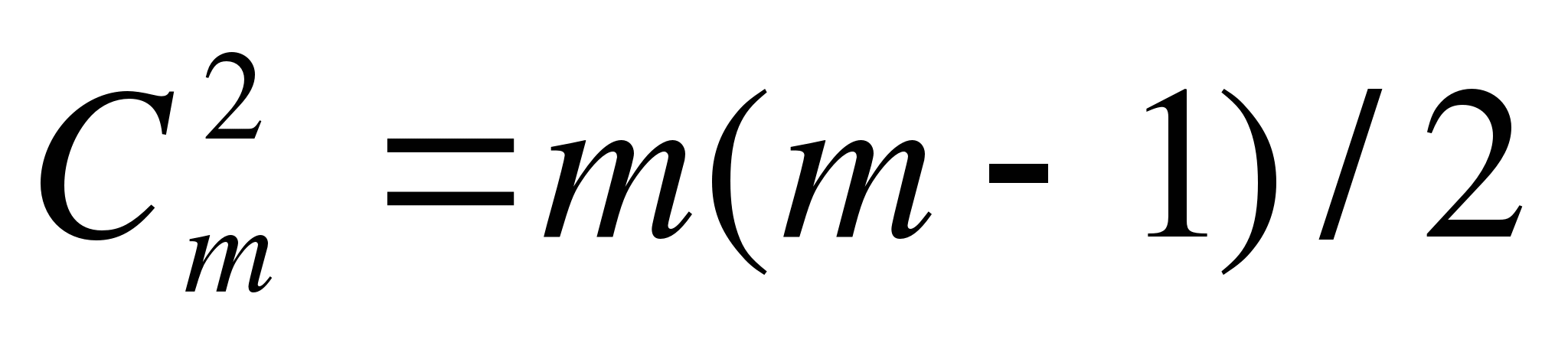
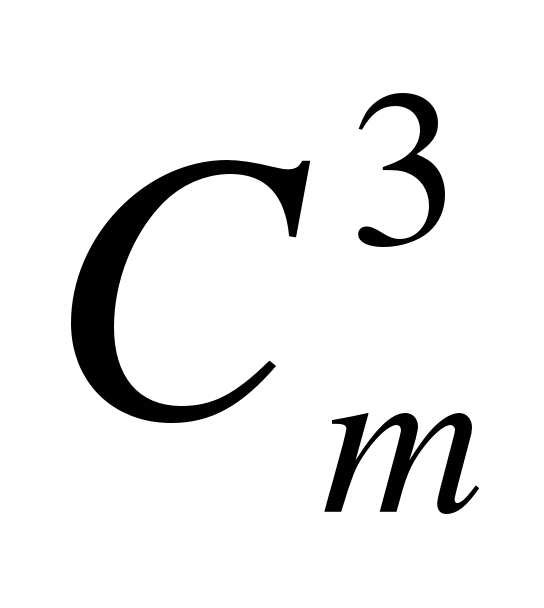
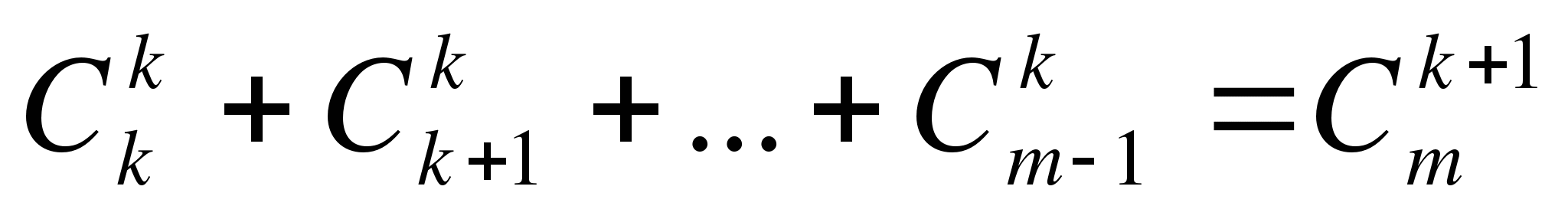


Рис.3



Числа ****называются ***треу­гольными числами***, а числа  
 - ***пирамидальными***;

а при *т> к*, 

Суммы чисел по «восходящим» (зеленым) диагоналям на рисунке 3 равны последова­тельным числам Фибоначчи.

Для применений в теории вероятностей особенно важны асимптотические формулы для чисел треугольника Паскаля, т.е. прибли­женные оценки этих чисел при больших *п.*