**Объёмы подобных тел**

***Подобность многогранников.***

***Два многогранника называются подобными, если они имеют соответственно равные многогранные углы и соответственно подобные грани.***

Соответственные элементы подобных многогранников называются ***сходственными***. У подобных многогранников двугранные углы равны и одинаково расположены; сходственные рёбра пропорциональны.

***Если в пирамиде проведём секущую площадь параллельно основанию, то она отсечёт от неё другую пирамиду, подобную данной.***

***Поверхности подобных многогранников относятся, как квадраты сходственных линейных элементов многогранников.***

***Объёмы подобных многогранников относятся как кубы сходственных линейных элементов этих многогранников.***

***Квадраты объёмов подобных многогранников относятся как кубы площадей сходственных граней.***

***Подобные цилиндры и конусы.***

Два цилиндра, конуса или усечённых конуса называются подобными, если подобны их осевые сечения.

***Боковые и полные поверхности подобных цилиндров, конусов и усечённых конусов относятся, как квадраты их сходственных линейных элементов.*** (радиусов оснований, высот, образующих).

***Объёмы подобных тел.***

Пусть  *Т*  и  *Т'*– два простых подобных тела. Это означает, что существует преобразования подобия, при котором тело  *Т*  переходить в тело  *Т'*. Обозначим через  *k*  коэффициент подобия.

Разобьём тело  *Т*  на треугольные пирамиды
 *Р*1, *Р*2, …, *Рn* …

Преобразования подобия, которое переводит тело  *Т*  в  тело  *Т'*  переводит пирамиды
 *Р*1, *Р*2, …, *Рn*  в пирамиды  *Р*1*'*, *Р*2*'*, …, *Рn'*.

Эти пирамиды составляют тело  *Т'*  и поэтому объём тела  *Т'*  равен сумме объёмов пирамид
 *Р*1*'*, *Р*2*'*, …, *Рn'*.

Так как пирамиды  *Р*1*'*и  *Р*1  подобны и коэффициент подобия равен  *k*, то и отношение их высот равно  *k*, а отношение площадей их оснований равно  *k*2. Поэтому, отношение объёмов пирамид равно  *k*3. Так как тело  *Т*  состоит из пирамид  *Р*1, а тело  *Т'*  состоит из пирамид  *Р*1*'*, то отношение объёмов тел  *Т'*  и  *Т*  тоже равно  *k*3.

Число  *k*  – коэффициент подобия – равен отношению расстояний между любыми двумя соответствующими парами точек при преобразования подобия. Поэтому, это число равно отношению любых двух соответствующих линейных размеров тел  *Т'*  и  *Т*. Таким образом, мы приходим к следующему выводу:

***Объёмы двух подобных тел относятся как кубы их соответствующих линейных размеров.***

***Квадраты объёмов подобных тел относятся, как кубы площадей соответствующих граней.***

***Объёмы подобных цилиндров, конусов и усечённых конусов относятся, как кубы их соответствующих линейных элементов*** **(*радиусов оснований, высот, образующих*)*.***

***Объёмы шаров относятся, как кубы их радиусов или диаметров.***

**ЗАДАЧА:**

*Площади оснований усечённой пирамиды  S*1*и  S*2*, а её объём равен  V. Определить объём полной пирамиды.*

**РЕШЕНИЕ:**

*Пусть  S*1*> S*2*. Обозначим объём полной пирамиды через  V*1*, а объём пирамиды, дополняющей данную усечённую пирамиду до полной, через  V*2



*Тогда*:



*или*

**

*Составляя производную пропорцию, получим*:



*С учётом   V*1 – *V*2= *V, находим*:



*откуда*:



**ОТВЕТ:**

****

**ЗАДАЧА:**

*Площади оснований усечённой пирамиды равны  а*2*и  b*2*. Найти площадь сечения, которое параллельно площадям оснований усечённой пирамиды и делящего её объём пополам.*

**РЕШЕНИЕ:**

*В усечённой пирамиде  АС*1(*для простоты рисунка рассматривается треугольная пирамида*)*дано*:





*Необходимо найти площадь сечения  А'В'С'*(*пл. АВС*∥ *пл. А'В'С'*)*, которое делит усечённую пирамиду на равновеликие по объёму части.*

*Дополним усечённую пирамиду до полной. Пирамиды*

 *SАВС, SА'В'С', SA*1*B*1*C*1*–*
 *подобные.*

*Обозначим площадь искомого сечения  А'В'С'  через  х*2*, а объёмы пирамид*
 *SАВС, SА'В'С'  и  SA*1*B*1*C*1
 *соответственно Va, Vx, Vb. Тогда*:



*или*

**

*где  t – некоторое число, которое обозначает величину этих отношений. Тогда*:

*Va = a*3*t*,  *Vx = x*3*t,  Vb = b*3*t.*

*По условию задачи*:

*Va –* *Vx = Vx –* *Vb,*

*или*

*a*3*t – x*3*t = x*3*t – b*3*t,*

*откуда*:

2*x*3*= a*3*+ b*3*.*

*поэтому,*

**

**ОТВЕТ:**

****